

MODO DESLIZANTE DISCRETO APLICADO AO SISTEMA PÊNULO INVERTIDO ROTACIONAL DUPLO COM ATRASO NA COMPUTAÇÃO DO SINAL DE CONTROLE

JOSÉ PAULO F. GARCIA, ALESSANDRO P. CAUN, LIZETE M. C. F. GARCIA

Laboratório de Pesquisa em Controle, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho” – UNESP/FEIS

Caixa Postal 31, 15385-000 Ilha Solteira, São Paulo, Brasil

E-mails: jpaulo@dee.feis.unesp.br, apcaun@aluno.feis.unesp.br, lizetega@mat.feis.unesp.br

Abstract— Based on Discrete-Time Sliding Modes, two controllers are presented. The first one is a controller that doesn't consider computation time delay. The second one controller was designed taking in consideration the computation time delay. The computation time delay is assumed to be constant and smaller than the sampling time. The usefulness of the proposed controller is demonstrated through simulations on the Rotary Motion Double Inverted Pendulum System.

Keywords— Rotary Motion Double Inverted Pendulum; Robust Control; Discrete-Time Sliding Mode; Computation Time Delay.

Resumo— Baseados em Modos Deslizantes Discretos, dois controladores são apresentados. O primeiro é um controlador que não considera o atraso no tempo de computação. O segundo controlador foi projetado levando em consideração o atraso computacional. O atraso no tempo de computação é assumido constante e menor que o período de amostragem. A utilidade do controlador proposto é demonstrada através de simulações no Sistema Pêndulo Invertido Rotacional Duplo.

Palavras-chave— Pêndulo Invertido Rotacional Duplo; Controle Robusto; Modo Deslizante Discreto; Atraso no Tempo de Computação.

1 Introdução

Controle com Estrutura Variável (CEV), também chamado de Controle com Modos Deslizantes (CMD), é estudado desde meados dos anos setenta (Utkin, 1978). Recentemente, a aplicação de CMD através de computadores para o projeto de sistemas práticos tem se tornado popular. Controle de Modos Deslizantes em um sistema contínuo é robusto para uma classe de incertezas na planta (De Carlo *et al.* 1988). A implementação por dispositivos digitais, por outro lado, requer um determinado intervalo de amostragem que resulta não apenas em trepidação ao longo da superfície deslizante como também em possíveis instabilidades (Furuta, 1990). Quando uma abordagem contínua é utilizada para um controlador discreto, os conversores A/D e D/A, bem como o período de amostragem, não são considerados. Conseqüentemente, o controlador contínuo terá uma boa performance apenas para pequenos períodos de amostragem. Isto implica o uso de altas frequências de processamento.

Assim, um controlador de modo deslizante discreto projetado utilizando uma lei de controle suave, que leva em consideração os conversores A/D e D/A, bem como o período de amostragem, é necessário quando fazemos uso de computadores digitais para efetuar o controle.

Quando um algoritmo de controle é implementado em um computador digital, existe um atraso no tempo de computação, causado pela existência de

atrasos nas medidas dos sinais realimentados e do tempo de execução das instruções.

A presença do atraso computacional não apenas reduz relativamente à estabilidade e robustez, mas também degrada a performance.

O interesse nos estudos do atraso no tempo de computação e aplicação de modos deslizantes para contornar tal problema vem crescendo com o passar dos anos (Hsu *et al.* 1998).

Este artigo apresenta um novo controlador de modo deslizante discreto, que considera os efeitos do atraso no tempo de computação. Este projeto de controle discreto propõe uma lei de controle suave que também leva em consideração os conversores e o período de amostragem. Assume-se que o atraso no tempo de computação do sinal de controle é constante e menor que o período de amostragem. Para mostrar a efetividade do controlador proposto outro controlador que não considera o atraso computacional será primeiramente apresentado (Garcia *et al.* 2005). A eficácia do controlador proposto é mostrada através de simulações no Sistema Pêndulo Invertido Rotacional Duplo.

Na Seção 2, um controlador discreto de modos deslizantes é revisto (Garcia *et al.* 2005). A Seção 3 apresenta o novo controlador discreto de modos deslizantes, que considera o atraso na computação do sinal de controle. A lei de controle é derivada usando funções discretas de Lyapunov. A Seção 4 apresenta o modelo matemático do Pêndulo Invertido Rotacional Duplo usado para as simulações. Na Seção 5 encontram-se os resultados das simulações. Nesta seção, a performance de ambos os controladores será comparada. As conclusões estão na Seção 6.

2 Controle com Modo Deslizante Discreto sem Atraso no Tempo de Computação

Considere o sistema discreto, com uma entrada, representado por

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (1)$$

onde $x_k \in \mathfrak{R}^n$, $y_k \in \mathfrak{R}^p$ são os sinais amostrados, $u_k \in \mathfrak{R}^1$ é o controle discreto. As matrizes constantes são $\Phi \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $\Gamma \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ e $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$. O par (Φ, Γ) é assumido controlável e o par (Φ, C) observável.

A lei de controle é realizada por um computador. O controle é dado a cada instante de amostragem $k\Delta$, onde Δ é o período de amostragem. Em controle digital, a entrada u tem um valor constante entre a amostragem

$$u(t) = u(k) = u_k^{eq} + u_k^\pm, \quad \text{para } k\Delta \leq t < (k+1)\Delta \quad (2)$$

onde u_k^{eq} é o controle equivalente discreto e u_k^\pm é o controle que mantém o sistema na superfície deslizante.

2.1 Projeto da Superfície Deslizante

A superfície deslizante discreta S_k é definida como

$$S_k = G x_k \quad (3)$$

onde a matriz $G \in \mathfrak{R}^{1 \times n}$ é projetada tal que os estados, mantidos em S_k para todo k , sejam estáveis. A técnica usada aqui é baseada no *método do controle equivalente*, como proposto em Utkin (1978).

Uma lei de controle equivalente para o sistema da Eq. (1) para todo k é dada por (Garcia *et al.* 2005),

$$\begin{aligned} u_k^{eq} &= F_{eq} x_k \\ F_{eq} &= -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \end{aligned} \quad (4)$$

Conseqüentemente, dada uma superfície deslizante linear $S_k = G x_k = 0$, a dinâmica do sistema em modos deslizantes é

$$x_{k+1} = [\Phi - \Gamma(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I)] x_k \quad (5)$$

2.2 Projeto da Lei de Controle

Agora, a lei de controle u_k^\pm será projetada. Suponha uma candidata à função de Lyapunov

$$V_k = \frac{1}{2} S_k^T S_k \quad (6)$$

Para garantir a condição de existência para a superfície deslizante discreta,

$$V_{k+1} < V_k \quad (7)$$

Substituindo a Eq. (6) na Eq. (7), a condição de existência para a superfície deslizante é

$$\frac{1}{2} S_{k+1}^T S_{k+1} < \frac{1}{2} S_k^T S_k \quad (8)$$

Considerando que (Furuta, 1990)

$$\begin{aligned} \Delta S_{k+1} &= S_{k+1} - S_k = G x_{k+1} - G x_k \\ \Delta S_{k+1} &= G(\Phi x_k + \Gamma u_k) - G x_k \end{aligned} \quad (9)$$

e substituindo a Eq. (2) e Eq. (4) na Eq. (9) temos que

$$\Delta S_{k+1} = G\Gamma u_k^\pm \quad (10)$$

Substituindo $S_{k+1} = S_k + \Delta S_{k+1}$ na Eq. (8),

$$\frac{1}{2} (S_k + \Delta S_{k+1})^T (S_k + \Delta S_{k+1}) < \frac{1}{2} S_k^T S_k \quad (11)$$

e

$$2\Delta S_{k+1}^T S_k < -\Delta S_{k+1}^T \Delta S_{k+1} \quad (12)$$

Inserindo a Eq. (10) na Eq. (12) resulta em

$$(G\Gamma u_k^\pm)^T S_k < -\frac{1}{2} (G\Gamma u_k^\pm)^T G\Gamma u_k^\pm \quad (13)$$

Suponha que $G\Gamma = 1$ (por simplicidade, no caso de entrada única). Então, a condição de existência discreta para a superfície deslizante é

$$(u_k^\pm)^T S_k < -\frac{1}{2} (u_k^\pm)^T (u_k^\pm) \quad (14)$$

Uma lei discreta que satisfaz a condição de existência, Eq. (14), é dada por

$$u_k^\pm = -S_k \quad (15)$$

Conseqüentemente, a lei de controle discreta que não leva em conta o atraso no tempo de computação é dada por

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^{eq} + u_k^\pm \\ u_k &= -\left[(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) x_k + S_k \right] \end{aligned} \quad (16)$$

com $S_k = G x_k$.

2.3 Análise da Robustez da Atratividade

A lei de controle discreta, proposta na Eq. (16), além de rápida computação, também apresenta robustez para uma classe de incertezas.

Considere o sistema discreto incerto

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k + \Delta f(x_k) \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (17)$$

onde $\Delta f(x_k) \in \mathfrak{R}^n$ é a função discreta que representa as incertezas da planta.

Teorema 1:

Se $\|G x_k\| > \|G \Delta f(x_k)\|$ para todo k , então o sistema da Eq. (17) com a lei de controle discreta da Eq. (16), satisfaz a condição de atratividade para a superfície deslizante proposta.

Prova:

Considerando as incertezas, temos

$$\begin{aligned} \Delta S_{k+1} &= S_{k+1} - S_k = G x_{k+1} - G x_k \\ \Delta S_{k+1} &= G(\Phi x_k + \Gamma u_k + \Delta f(x_k)) - G x_k \end{aligned} \quad (18)$$

e substituindo a Eq. (2) e Eq. (4) na Eq. (18)

$$\Delta S_{k+1} = G\Gamma u_k^\pm + G\Delta f(x_k) \quad (19)$$

Para a candidata a função de Lyapunov $V_k = \frac{1}{2} S_k^T S_k$, segue-se que

$$V_{k+1} = \frac{1}{2} S_{k+1}^T S_{k+1} \quad (20)$$

$$V_{k+1} = \frac{1}{2} (S_k + \Delta S_{k+1})^T (S_k + \Delta S_{k+1}) \quad (21)$$

Substituindo a Eq. (19) na Eq. (20) resulta em

$$V_{k+1} = \frac{1}{2} (S_k + G\Gamma u_k^\pm + G\Delta f(x_k))^T (S_k + G\Gamma u_k^\pm + G\Delta f(x_k)) \quad (22)$$

Considerando que $u_k^\pm = -S_k$, $G\Gamma = 1$ e substituindo na Eq. (22)

$$V_{k+1} = \frac{1}{2} (S_k - S_k + G\Delta f(x_k))^T (S_k - S_k + G\Delta f(x_k))$$

$$V_{k+1} = \frac{1}{2} (G\Delta f(x_k))^T (G\Delta f(x_k)) = \frac{1}{2} \|G\Delta f(x_k)\|^2 \quad (23)$$

Então,

$$V_k = \frac{1}{2} (S_k)^T (S_k) = \frac{1}{2} (Gx_k)^T (Gx_k) = \frac{1}{2} \|Gx_k\|^2 \quad (24)$$

Se $\|Gx_k\| > \|G\Delta f(x_k)\|$, da Eq. (23) e Eq. (24), tem-se

$$V_k > V_{k+1}$$

$$\frac{1}{2} \|Gx_k\|^2 > \frac{1}{2} \|G\Delta f(x_k)\|^2 \quad (25)$$

e a condição de atratividade é satisfeita.

3 Controle com modo deslizante discreto com atraso no tempo de computação

O uso de dispositivos digitais programáveis para realizar o controle robusto pode causar um atraso considerável no sinal de controle, devido ao tempo de processamento. Em geral, sabe-se que os efeitos do atraso no tempo de computação degradam a performance de controle e podem tornam a estabilização à malha fechada um problema de difícil solução.

Assim, quando uma lei de controle é implementada por um computador digital, existe um atraso h , causado principalmente pelo tempo de execução das instruções que geram a entrada de controle após o instante de amostragem. Aqui assumimos que o atraso é constante e menor que um intervalo de amostragem Δ ($0 < h < \Delta$). Conseqüentemente, o controle $u(t)$ pode ser escolhido da seguinte forma (Lee, 1999)

$$u(t) = u(k) = u_k^{eq} + u_k^\pm \quad (26)$$

para $k\Delta + h \leq t < (k+1)\Delta + h$

O modelo discreto da Eq. (1) com entrada de controle da Eq. (26) é dado por (Lee, 1999)

$$x_{k+1} = \Phi x_k + (\Gamma - \Gamma_h) u_{k-1} + \Gamma_h u_k \quad (27)$$

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma_1 u_{k-1} + \Gamma_2 u_k$$

onde

$$\Gamma_1 = \Gamma - \Gamma_h = \int_h^\Delta \exp(A\tau) d\tau B, \quad (28)$$

$$\Gamma_2 = \Gamma_h = \int_0^h \exp(A\tau) d\tau B$$

Neste modelo, a controlabilidade e observabilidade são preservadas na presença do atraso no tempo de computação. Note que a matriz de entrada Γ satisfaz a relação $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$.

Considere um sistema discreto com entrada única representado por

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma_1 u_{k-1} + \Gamma_2 u_k \quad (29)$$

$$y_k = Cx_k$$

onde $x_k \in \mathfrak{R}^n$, $y_k \in \mathfrak{R}^p$ são os sinais amostrados, $u_k \in \mathfrak{R}^1$ é o controle discreto. As matrizes constantes são $\Phi \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, Γ_1 e $\Gamma_2 \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ e $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$.

3.1 Projeto da Superfície Deslizante

A superfície deslizante discreta S_k proposta é dada por

$$S_k = Gx_k + G\Gamma_1 u_{k-1} \quad (30)$$

onde a matriz $G \in \mathfrak{R}^{1 \times n}$ é projetada tal que os estados, mantidos em S_k para todo k , sejam estáveis.

A lei de controle tem a mesma estrutura como apresentada pela Eq. (2).

Uma lei de controle equivalente para o sistema da Eq. (29), na condição de deslizamento, é obtido de $S_{k+1} = S_k$. Então

$$Gx_{k+1} + G\Gamma_1 u_k^{eq} = Gx_k + G\Gamma_1 u_{k-1}^{eq}$$

$$G(\Phi x_k + \Gamma_1 u_{k-1}^{eq} + \Gamma_2 u_k^{eq}) + G\Gamma_1 u_k^{eq} = Gx_k + G\Gamma_1 u_{k-1}^{eq}$$

$$G\Phi x_k + G\Gamma_2 u_k^{eq} + G\Gamma_1 u_k^{eq} = Gx_k \quad (31)$$

Considerando que $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$, o resultado é

$$u_k^{eq} = F_{eq} x_k \quad (32)$$

$$F_{eq} = -(\Gamma)^{-1} G(\Phi - I)$$

e a matriz G pode ser facilmente projetada para garantir a condição de modo deslizante.

Note que o controle equivalente é o mesmo proposto na Seção 2.

3.2 Projeto da Lei de Controle

Agora, a lei de controle u_k^\pm será projetada. Considerando da Eq. (6) até a Eq. (8) e a Eq. (30), nós temos

$$\Delta S_{k+1} = S_{k+1} - S_k$$

$$\Delta S_{k+1} = Gx_{k+1} + G\Gamma_1 u_k - Gx_k - G\Gamma_1 u_{k-1} \quad (33)$$

que também resulta em

$$\Delta S_{k+1} = G\Gamma u_k^\pm \quad (34)$$

Desde que a Eq. (10) é igual a Eq. (34), os passos para computar a lei de controle são os mesmos que vão da Eq. (11) até a Eq. (14). Então,

$$u_k^\pm = -S_k \quad (35)$$

Dessa forma, a lei de controle que considera os efeitos do atraso no tempo de computação é

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^{eq} + u_k^\pm \\ u_k &= -\left[(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I)x_k + S_k \right] \end{aligned} \quad (36)$$

com $S_k = Gx_k + G\Gamma_1 u_{k-1}$.

3.3 Análise da Robustez da Atratividade

A lei de controle da Eq. (36) foi escolhida devido a sua simplicidade e também por sua velocidade de computação. Outras leis discretas satisfazem a condição de existência de modo deslizante, apresentada na Eq. (8). A lei de controle proposta na Eq. (36), que considera o atraso computacional, também apresenta robustez para uma classe de incertezas, como mostrado a seguir.

Considere o sistema discreto incerto com atraso no tempo de computação

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma_1 u_{k-1} + \Gamma_2 u_k + \Delta f(x_k) \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (37)$$

onde $\Delta f(x_k) \in \mathfrak{R}^n$ é a função discreta que representa as incertezas da planta.

Teorema 2:

Se $\|G(x_k + \Gamma_1 u_{k-1})\| > \|G\Delta f(x_k)\|$ para todo k , então o sistema da Eq. (37) com a lei de controle discreta da Eq. (36), apresenta uma condição de atratividade para a superfície deslizante.

Prova:

Considerando as incertezas, temos

$$\Delta S_{k+1} = S_{k+1} - S_k = Gx_{k+1} + G\Gamma_1 u_k - Gx_k - G\Gamma_1 u_{k-1} \quad (38)$$

$$\Delta S_{k+1} = G(\Phi x_k + \Gamma_1 u_k + \Delta f(x_k)) - Gx_k$$

e substituindo a Eq. (26) e Eq. (32) na Eq. (38)

$$\Delta S_{k+1} = G\Gamma_1 u_k^\pm + G\Delta f(x_k) \quad (39)$$

Para a candidata a função de Lyapunov $V_k = \frac{1}{2} S_k^T S_k$, segue-se que

$$V_{k+1} = \frac{1}{2} S_{k+1}^T S_{k+1} \quad (40)$$

$$V_{k+1} = \frac{1}{2} (S_k + \Delta S_{k+1})^T (S_k + \Delta S_{k+1}) \quad (41)$$

Substituindo a Eq. (39) na Eq. (41) resulta em

$$\begin{aligned} V_{k+1} &= \frac{1}{2} (S_k + G\Gamma_1 u_k^\pm + G\Delta f(x_k))^T \\ &\quad (S_k + G\Gamma_1 u_k^\pm + G\Delta f(x_k)) \end{aligned} \quad (42)$$

Considerando que $u_k^\pm = -S_k$, $G\Gamma = 1$ e substituindo na Eq. (42)

$$V_{k+1} = \frac{1}{2} (S_k - S_k + G\Delta f(x_k))^T (S_k - S_k + G\Delta f(x_k))$$

$$V_{k+1} = \frac{1}{2} (G\Delta f(x_k))^T (G\Delta f(x_k)) = \frac{1}{2} \|G\Delta f(x_k)\|^2 \quad (43)$$

Então,

$$V_k = \frac{1}{2} (S_k)^T (S_k) = \frac{1}{2} (Gx_k + G\Gamma_1 u_{k-1})^T (Gx_k + G\Gamma_1 u_{k-1})$$

$$V_k = \frac{1}{2} \|Gx_k + G\Gamma_1 u_{k-1}\|^2 \quad (44)$$

Se $\|G(x_k + \Gamma_1 u_{k-1})\| > \|G\Delta f(x_k)\|$, da Eq. (43) e Eq. (44), nós temos

$$\begin{aligned} V_k &> V_{k+1} \\ \frac{1}{2} \|Gx_k + G\Gamma_1 u_{k-1}\|^2 &> \frac{1}{2} \|G\Delta f(x_k)\|^2 \end{aligned} \quad (45)$$

e a condição de atratividade é satisfeita.

4 Sistema Pêndulo Invertido rotacional duplo

Pêndulos Invertidos são excelentes sistemas para realizar demonstrações de técnicas de controle automático. Eles são sistemas não-lineares, instáveis e muito interessantes de serem observados.

A Figura 1 (Brockett e Li, 2003) mostra a configuração básica para o pêndulo invertido duplo que foi modelado. As flechas nos arcos denotam a direção positiva para as variáveis de estado da planta. As linhas pontilhadas verticais denotam a origem de deslocamento dos estados.

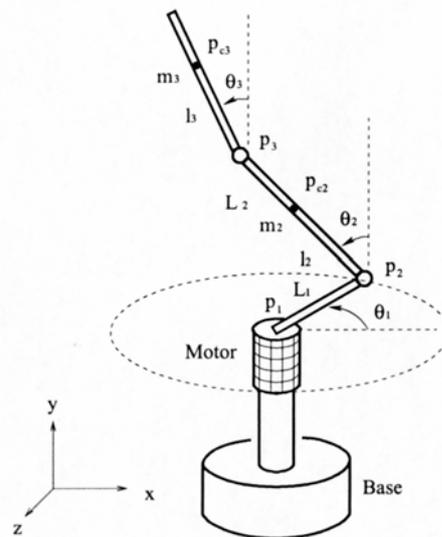


Figura 1. Pêndulo Invertido Rotacional Duplo.

Tabela 1. Valores dos Parâmetros Físicos.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Massa do link 2	m_2	0.370	Kg
Massa do link 3	m_3	0.088	Kg
Fricção viscosa do link 1	b_1	0.0001	Nms
Fricção viscosa do link 2	b_2	0.00028	Nms
Fricção viscosa do link 3	b_3	0.00028	Nms
Comprimento do centro de rotação do link 2 ao centro de massa	l_2	0.269	m
Comprimento do centro de rotação do link 3 ao centro de massa	l_3	0.152	m
Comprimento do link 1	L_1	0.278	m
Comprimento do link 2	L_2	0.313	m
Momento de inércia sobre o centro de rotação do link 1	J_1	0.0248	Kgm^2
Momento de inércia sobre o centro de rotação do link 2	J_2	0.0304	Kgm^2
Momento de inércia sobre o centro de rotação do link 3	J_3	0.00561	Kgm^2
Gravidade	g	9.8	m/s^2

Os parâmetros físicos do pêndulo invertido duplo são dados na Tabela 1 (Driver e Thorpe, 2004).

Por simplicidade, assumamos que $h_1 = J_1 + L_1^2(m_2 + m_3)$, $h_2 = L_1(m_2 l_2 + m_3 L_2)$, $h_3 = L_1 m_3 l_3$, $h_4 = J_2 + L_2^2 m_3 + l_2^2 m_2$, $h_5 = L_2 m_3 l_3$, $h_6 = J_3 + l_3^2 m_3$, $h_7 = g(m_2 l_2 + m_3 L_2)$ e $h_8 = g m_3 l_3$.

As equações dinâmicas são (Driver e Thorpe, 2004)

$$\tau - b_1 \dot{\theta}_1 = h_1 \ddot{\theta}_1 + h_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 + h_3 \dot{\theta}_3 \cos \theta_3 - h_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 - h_3 \dot{\theta}_3^2 \sin \theta_3$$

$$-b_2 \ddot{\theta}_2 = h_2 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 + h_4 \ddot{\theta}_2 + h_5 \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \theta_2) - h_5 \dot{\theta}_3^2 \sin(\theta_3 - \theta_2) + h_7 \sin \theta_2 \quad (46)$$

$$-b_3 \ddot{\theta}_3 = h_3 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_3 + h_5 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_3 - \theta_2) + h_6 \ddot{\theta}_3 + h_5 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_3 - \theta_2) + h_8 \sin \theta_3$$

O sistema linear no ponto de equilíbrio (origem) é usado para computar a superfície deslizante e a lei de controle. Este sistema foi obtido baseado nas equações dinâmicas da Eq. (46).

5 Resultados das Simulações

O software utilizado para as simulações no modelo matemático do pêndulo invertido rotacional duplo foi o MATLAB*, com SIMULINK**.

Assumamos que todos os estados da planta estão disponíveis

Primeiro, o modelo não linear do sistema pêndulo invertido rotacional duplo com o controlador que não considera o atraso computacional é apresentado, na Figura 2.

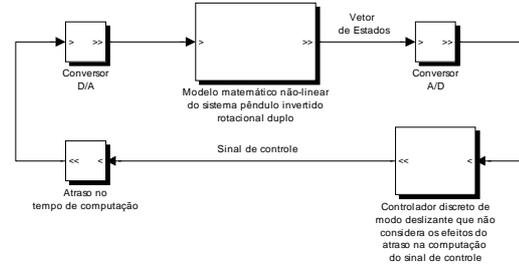


Figura 2. Modelo esquemático para o controlador que não considera os efeitos do atraso no tempo de computação.

Resultados das simulações com onda senoidal como sinal de referência e condições iniciais $[\theta_1 \ \dot{\theta}_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_2 \ \theta_3 \ \dot{\theta}_3] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ são mostrados na Figura 3 (intervalo de amostragem de 0.04 segundos e sem atraso computacional) e na Figura 4 (intervalo de amostragem de 0.04 segundos com atraso no tempo de computação de 0.03 segundos).

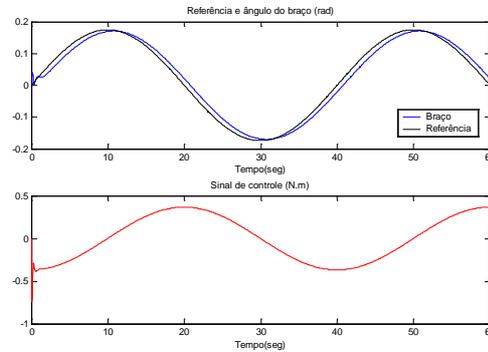


Figura 3. Referência com deslocamento do braço (θ_1) e sinal de controle para intervalo de amostragem de 0.04 segundos sem atraso computacional.

* MATLAB é produto da The MathWorks Inc.

** SIMULINK é produto da The MathWorks Inc.

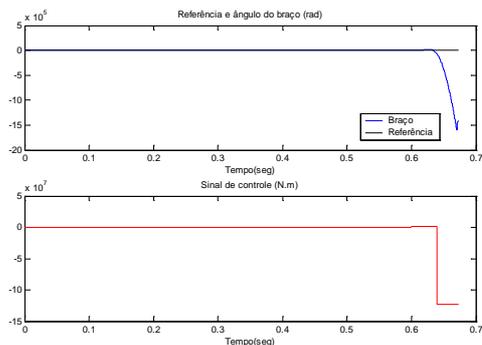


Figura 4. Referência com deslocamento do braço (θ_1) e sinal de controle para intervalo de amostragem de 0.04 segundos com atraso no tempo de computação de 0.03 segundos (atraso não considerado).

Pelos resultados das simulações nota-se que este controlador, na presença de um alto atraso computacional relevante, tem uma performance ruim. O sistema, neste caso, é instável.

Agora, o controlador que considera o atraso no tempo de computação será implementado.

Este modelo é apresentado na Figura 5.

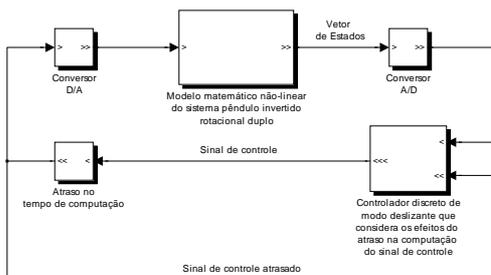


Figura 5. Modelo esquemático para o controlador que considera os efeitos do atraso no tempo de computação.

Para a mesma condição de atraso usada anteriormente para a primeira lei de controle (Figura 4), os resultados das simulações obtidos são mostrados na Figura 6.

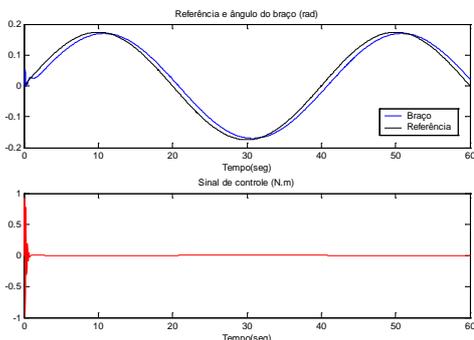


Figura 6. Referência com deslocamento do braço (θ_1) e sinal de controle para intervalo de amostragem de 0.04 segundos com atraso no tempo de computação de 0.03 segundos (atraso considerado).

A Figura 6 indica uma boa performance para este controlador, considerando um alto atraso computacional. Neste caso, o sistema é estável, e a per-

mance de controle não sofre degradação, se comparada com o primeiro controlador proposto (Figura 4).

6 Conclusões

Neste artigo, foi apresentada uma nova estratégia de controle que leva em consideração o atraso no tempo de computação. Para mostrar a efetividade do novo controlador, outro controlador que não considera o atraso computacional foi apresentado. Foi assumido que o atraso no tempo de computação h é constante e menor que o intervalo de amostragem Δ . Simulações foram realizadas no Sistema Pêndulo Invertido Rotacional Duplo para a validação da lei de modos deslizantes proposta, e os resultados verificaram sua utilidade. Quando o atraso é levado em consideração, a performance de controle é melhorada.

Referências Bibliográficas

Brockett, R. W e Li, H (2003). A light weight rotary double pendulum: maximizing the domain of attraction. Proc. of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii USA.

DeCarlo, R.A; Zak, S.H e Matheus, G.P (1988). Variable structure control of nonlinear and multivariable systems: a tutorial. In: Institute of Electrical and Electronics Engineers, Vol. 76, No.3, pp. 212-232.

Driver, J e Thorpe, D (2004). Design, build and control of a single/double rotational inverted pendulum. The University of Adelaide, School of Mechanical Engineering, Australia.

Furuta, K (1990). Sliding mode control of a discrete system. Systems & Control Letters Vol.14, pp. 145-152.

Garcia, J. P. F; Ribeiro, J. M. S; Silva, J. J. F e Martins E. S (2005). Continuous-time and discrete-time sliding mode control accomplished using a computer. IEE Proc. of Control Theory Appl., 152, pp. 220-228.

Hsu, K.J; Basker, V.R e Crisalle, O.D (1998). Sliding mode control of uncertain input-delay systems. Proc. of the American Control Conference, pp. 564-568.

Lee, S.M e Lee, B. H (1999). A discrete-time sliding mode controller and observer with computation time delay. Control Engineering Practice, Pergamon, 7, pp. 943-955.

Utkin, V.I (1978). Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems, Moscow: Mir.